

Helt rundt på Jorden - Skuddet fra Kilimanjaro

Det danske Jules Verne selskab

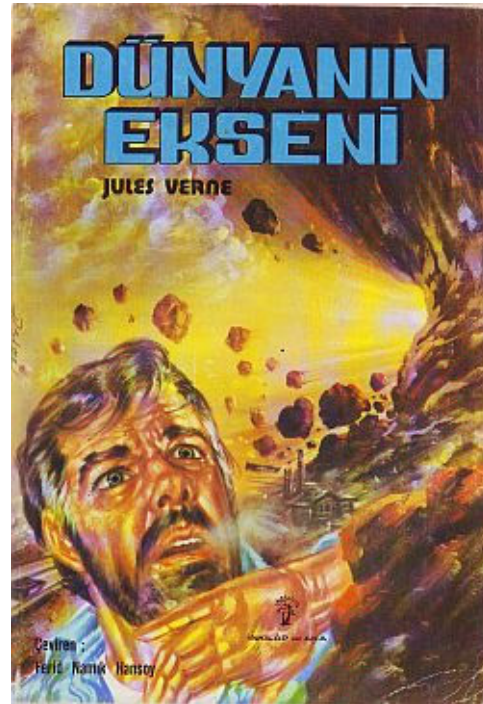
Nyhedsbrev nr. 6

Af Bjørn Larsen og Lejf Rasmussen

Maj 2011 rev. 02



Fransk udgave af Sans Dessus Dessous



... og en tyrkisk

Indledning.

Med dette nyhedsbrev vil vi fokusere på en af Jules Vernes mindre kendte romaner, *Sans Dessus Dessous* (1889), der indtil for få år siden ikke var oversat til dansk. Titlen er et fransk udtryk, der er vanskeligt at oversætte, så da e-bogforlaget eBibliotek 1800 i 2008 udgav bogen, fik den i lighed med den norske version navnet *Skuddet fra Kilimanjaro*. Sans dessus dessous bruges til at give udtryk for et kaos af gigantiske dimensioner, hvor intet længere er, som det var tidligere. En person kan ligeledes betegnes på denne måde, hvis han er meget oprørt, rundt på gulvet eller slået ud af en dramatisk begivenhed. (journalist Thomas Vinge).

Resumé.

Skuddet fra Kilimanjaro er en slags opfølger til de to bøger *Fra Jorden til Månen* (1865) og *Rundt om Månen* (1869), der på dansk sædvanligvis udgives samlet med titlen *Rejsen til Månen*. For de, der endnu ikke har læst bogen, bringes her et kortfattet resumé:

Sans Dessus Dessous (*Topsy-Turvy* alias *The Purchase of the North Pole* alias *Kein Durcheinander* alias *Upp och nedvända världen* alias *Skuddet fra Kilimanjaro*).

North Polar Practical Association har planer om at købe alle landområder nord for den 84. nordlige breddegrad. Dette firma indehaves i virkeligheden af medlemmer af Baltimores Kanonklub, herunder sekretær J.T. Maston, formand Impy Barbicane og kaptajn Nicholl. Takket være Mrs. Angelina Scorbitts gavmildhed har foretagendet held med at afgive bud på denne region på kloden. Men hele verden undrer sig over, hvorfor de har budt på denne ubeboelige region. Efter at købet er afsluttet, bekendtgør North Polar Practical association deres planer: de vil rette op på Jordens rotationsakse, sådan at denne arktiske region vil opnå tempereret klima og muliggøre adgang til de store kulforekomster, de forventer at finde der. Og hvorledes vil de gennemføre dette? På samme måde som disse herrer foretog deres rejse til Månen: med en kæmpekanon. Denne kanon bygges på Kilimanjaro's sydskråning og rettes mod syd. Når kanonklubbens ufejlbarlige J.T. Maston udfører beregningerne, kan foretagendet bestemt ikke fejle.

Eller kan det?

Om fysikken og matematikken bag skuddet.

Til *Skuddet fra Kilimanjaro* hører et appendiks (Chapitre supplémentaire), hvori den fysiske baggrund for kanonklubbens projekt demonstreres og gennemregnes. Dette appendiks er unægtelig svært tilgængeligt og er i de fleste udgaver ikke medtaget, og det findes således heller ikke i den danske. Denne mangel vil vi hermed råde bod på (se side 7ff). Yderligere har Bjørn Larsen gennemgået og kommenteret fysikken og matematikken i teksten (se side 21). Kapitlet er skrevet af den franske mineingeniør Albert Badoureau (1853-1923), der som Verne var bosiddende i Amiens. Albert Badoureau fik 2500 francs som honorar for sit samarbejde med Verne om bogens fysiske tema. Badoureau var en anerkendt matematiker, der har udgivet *Sciences expérimentales en 1889*, citeret i appendikset, og som vrimler med matematiske formler og langtfra er populærvidenskab. Han har også skrevet et anerkendt geometrisk værk om semi-regulære polyedre (rumlige figurer begrænset af mange plane flader). Badoureau optræder selv som figur i romanen under pseudonymet Alcide Pierdeux ($\text{Pi-r-deux} = \pi \cdot r^2$, et navn, der er formlen for cirkelens areal). I romanen er Pierdeux den, der afslører fejlen i kanonklubbens beregninger.

Man kan, om man vil, læse bogen som endnu et eksempel på Jules Vernes visionære fantasier på det teknisk-naturvidenskabelige område, idet han med bogens idé foregriber begrebet *geoengineering* (teknikker til at ændre Jordens globale klima), der er aktualiseret gennem problemer med den menneskeskabte drivhuseffekt og deraf følgende global opvarmning. Temaet om søgning efter energireserver i polarområder er også meget omtalt. Endnu en aktuell ting med relation til Vernes fortælling er, at de senere års kraftige jordskælv med styrke 9 eller mere faktisk ser ud til at have givet anledning til små, men dog målelige variationer i jordaksens position og Jordens rotationshastighed (og dermed døgnlængden).

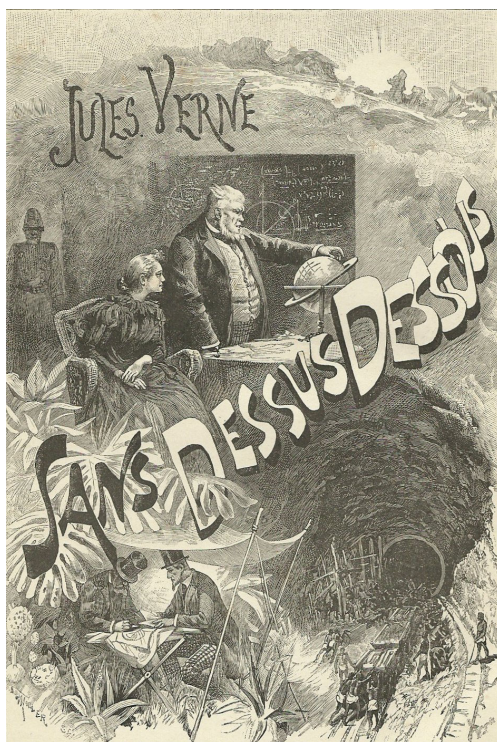
En Artikel af Jacques Crovisier (litteraturlisten nr. 8) gennemgår i mange detaljer Badoureaus værk og nævner herunder en række fejl og forenklinger. Jeg vil her nævne de mest markante. I appendikset nævnes, at kanonkuglen efter at have forladt Kilimanjaro går i omløb om Solen som ny planet. Det er ikke korrekt.

Romanen er skrevet i Vernes senere år, hvor troen på, at naturvidenskaben vil arbejde til menneskehedens gavn, afløses af mere pessimistiske toner om menneskers magtbegær og blind grådighed. I årene forinden er både Vernes mor og hans gamle forlægger og ven Hetzel døde, han er selv blevet skudt i benet af sin mentalt forstyrrede nevø, Gaston, en begivenhed, der invaliderer ham for livet. Det går dårligt med økonomien, skibet St. Michel III bliver solgt, og der er problemer med sønnen Michel.

Alligevel, selv om romanens tema er den uhæmmede røverkapitalismes kyniske forsøg på at tjene penge, endog ved at sætte Jordens overlevelse på spil, er den gennemsyret af en mild form for humor, en humor, der svinger mellem spas og satirisk ironi.

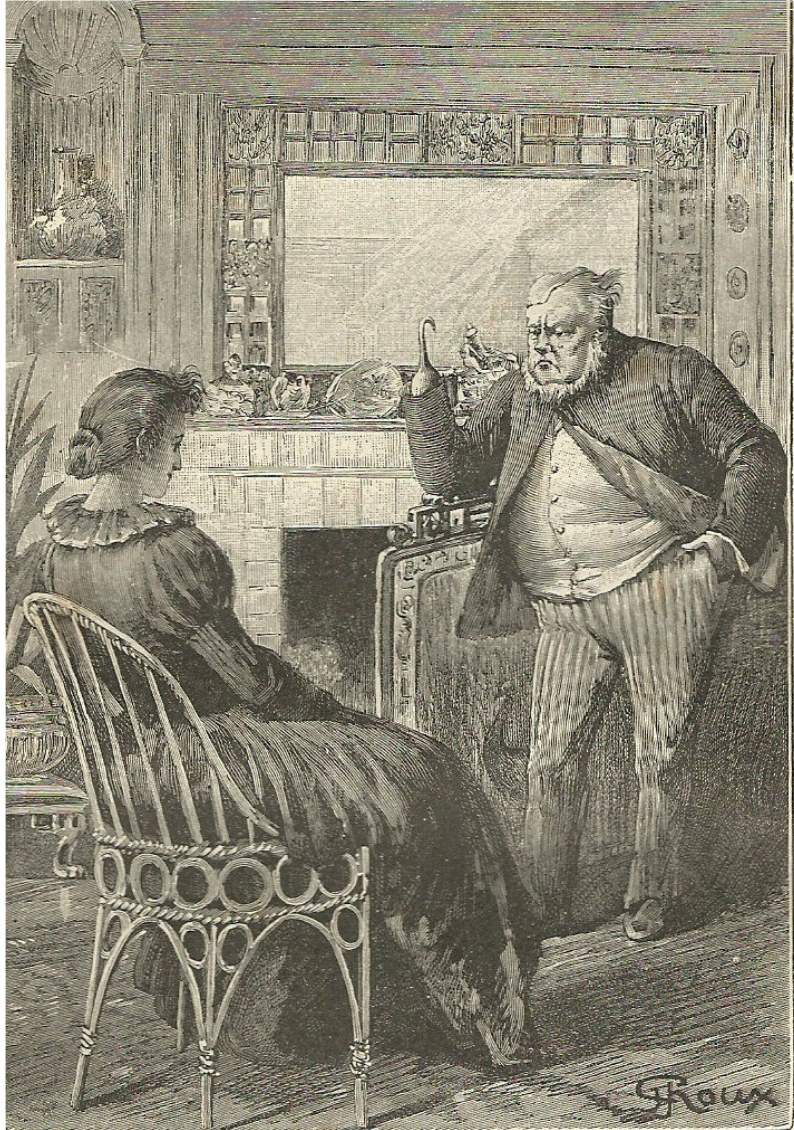
Vi ser i *Sans Dessus Dessous*, at Vernes politiske budskab er en moderne økologisk bevidsthed. Han forsvarer jordkloden mod videnskab anvendt til at ødelægge den, mod uansvarlige, samvittighedsløse og forrykte egoister. Bogens hovedpersoner med undtagelse af Pierdeux er marionetter, der styres af deres lurvede følelser, selvtilstrækkelighed og stolthed. Verne tager afstand fra de, der vil ”regulere” årstiderne og derved skaffe sig adgang til mineralrigdomme skjult under Nordpolens ismasser.

Til slut tak til Garnt de Vries for at have bidraget med noter og med en hollandsk oversættelse af *Chapitre supplémentaire*, der har været en hjælp ved oversættelsen af de vanskelige passager. Også tak til klimajournalist Thomas Vinge for støtte og rettelser, inspiration om begrebet *geoengineering* og for oversættelse og forklaring af selve titlen på romanen.



Litteraturliste.

1. Jules Verne: Sans dessus dessous, J. Hetzel et Cie, Paris 1889. (Uden appendiks).
2. ----do.---- <http://beq.ebooksgratuits.com/vents/Verne-sans-dessus.pdf> (med appendiks).
3. -----do.---- Grama, Bruxelles, 1994 (med appendiks).
4. Jules Verne: Topsy Turvy, Project Gutenberg, <http://www.gutenberg.org/files/10547/10547-h/10547-h.htm> (uden appendiks).
5. Jules Verne: Skuddet fra Kilimanjaro, eBibliotek1800, 2008, <http://www.ebib1800.dk/catalog/index.php/cPath/60> (uden appendiks).
6. Albert Badoureau: Sans dessus dessous, Chapitre supplementaire: <http://www.lesia.obspm.fr/perso/jacques-crovisier/JV/textes/ChapitreSupplementaire.pdf>
7. Garnts oversættelse af Chapitre Supplementaire til hollandsk: Aanvullend Hoofdstuk warvan slechts weinigen kennis zullen nemen. Verniaan 36, april 2006.
8. Jacques Crovisier: Sans Dessus Dessous, ou la Terre désaxée, http://www.lesia.obspm.fr/perso/jacques-crovisier/JV/verne_SD.html
9. Jacques Crovisier: Jean Paul Albert Badoureau, Quadrature No 66, octobre-décembre 2007. <http://Annales.org/archives/x/badoureau.html>
10. Wikipedia: artikel om geoengineering: <http://en.wikipedia.org/wiki/Geoengineering>
11. François Angelier: Dictionnaire Jules Verne, Pygmalion 2006.
12. Albert Badoureau: Le Titan moderne, Actes Sud/Ville de Nantes, 2005, 189 sider



Mrs. Scorbitt og J.T. Maston. (Roux).

Appendiks

som kun få personer kan begribe.

Romanen, vi nu vil offentliggøre, bygger som alle vore foregående arbejder, på de mest seriøse grundlag, til trods for at de forekommer ultra-fantastiske.

Efter at have fundet frem til de store linjer, har vi bedt vor ven, Hr, Badoureau, mineingeniør, hvis lærde skrift *Sciences expérimentales* vil udkomme hos Librairie Quantin, om helt eksakt at udrede forskellige fænomener beskrevet i denne roman.

Vi underkaster denne udredning matematikernes dom. Det, denne roman har vist, vil i dette arbejde blive *bevist*.

I. Det givne problem.

Jorden er på det nærmeste en kugle med 40.000.000 meters omkreds, mere præcist en fladtrykt omdrejningsellipsoide, hvis ækvatorradius, omtrent $\frac{20.000.000}{\pi}$, overstiger polradius med 21.000 meter. 1)

Vi medgiver Baily at, hvis Jordens materie blev vejet ved dens overflade, ville den have en gennemsnitsvægt på 5.670 kilogram pr. kubikmeter. Dens totale masse er således lig med

$$\frac{4 \cdot 5670 \cdot 20.000.000^3}{3g\pi^2} = 625 \cdot 10^{21} \quad 2)$$

Hvis man antager, at Jorden er eksakt kugleformet og har en konstant massefylde i hele sin udstrækning, ville dens inertimoment med hensyn til en vilkårlig akse gennem dens centrum være

$$\sum mr^2 = \frac{2 \cdot 625 \cdot 10^{21} \cdot 20.000.000^2}{5\pi^2} = 10.142 \cdot 10^{33} \quad 3)$$

Med en middelhastighed på omkring 30.000 meter pr. sekund gennemløber Jordens centrum hvert år en ellipse i ekliptika-planet. Vor klode drejer på et døgn bestående af 86.400 stjernesekunder omkring polaraksen, som forbliver næsten parallel med sig selv, og som danner en vinkel på $0,409^*$ med en normal til ekliptika-planet 4).

* Svarende til $23^\circ 28'$.

Hulen, der er udhugget i Kilimanjaros sydskråning, er 27 meter i diameter. Den kan sammenlignes med den franske marines 27-cm kanon (model 1875), men er 100 gange større i lineære dimensioner (eller 1.000.000 gange større i volumen). Den udskyder en kanonkugle 1.000.000 gange tungere end granaten på 180 kg afskudt af 27-cm kanonen. Massen af denne kanonkugle

$$\frac{180.000.000}{g} = 18 \cdot 10^6 \text{ }_5)$$

er $34 \cdot 10^{15}$ gange mindre end Jordens masse. $_6)$ Vi antager, at projektillets begyndelseshastighed er 2.800.000 meter. $_7)$

Under disse betingelser beløber bevægelsesmængderne påført i hver sin retning til kanonkuglen og til kanonløbet sig til tallet $18 \cdot 10^6 \cdot 2.800.000 = 50 \cdot 10^{12}$. $_8)$

Luftmodstanden er en kraft modsat rettet kanonkuglens bevægelse i forhold til luften og er lig med $K \cdot MU^2 \cdot S$ (*), hvor M er massen af en kubikmeter luft (0,132 ved Jordens overflade), U er hastigheden af kanonkuglen i forhold til luften, S er overfladen af kanonkuglens projektion på en plan vinkelret på dens bevægelsesretning, og K er en numerisk koefficient, der afhænger af kanonkuglens form, og som er lig med 1, når den er kugleformet. $_9)$

II. Afskydning af kanonkuglen fra et vilkårligt punkt.

Hvis Jorden modtager en påvirkning bestående af en bevægelsesmængde μv i punktet A, der befinder sig $\frac{\pi}{2} - l$ radianer fra polen (Figur 1) og i en retning BA defineret af azimuth a og inklination b , giver denne påvirkning anledning til de følgende to bevægelser **: $_10)$

1° En translation parallel med BA med hastigheden $\frac{\mu v}{625 \cdot 10^{21}}$.

Denne hastighed modificerer Jordens translationshastighed, ændrer årets længde og den plan, Jordomløbet befinder sig i, hvis kanonen ikke lige befinder sig i ekliptikaplanet. $_11)$

2° En rotation om en akse OZ vinkelret på OAB med vinkelhastigheden lig med

$$\frac{\mu v \cdot 20.000.000 \cdot \cos b}{\pi \cdot 10142 \cdot 10^{33}} = \frac{\mu v \cdot \cos b}{1592 \cdot 10^{27}} \text{ }_{12)}$$

* *Les Sciences Experimentales 1890*, II, kapitel III.

** *Les Sciences Experimentales 1890*, III, kapitel II.

$$\begin{cases} Y = 0 \\ X \sin l + Z \cos l = 0 \end{cases}$$

14)

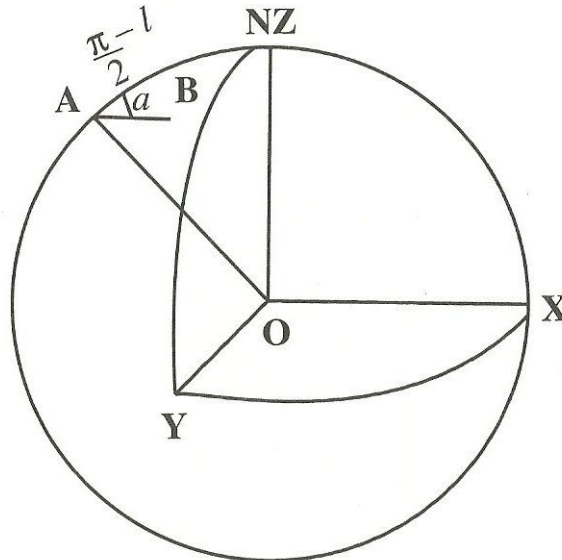


Fig. 2

Den danner vinklen a med planen XZ . Den har derfor som ligning

$$\sin a (X \sin l + Z \cos l) + \cos a Y = 0 \quad 15)$$

og vinklen DOC til en vinkelret til denne plan med ON , som er valgt til z -akse, er givet ved formlen

$$\cos \beta = \sin a \cos l. \quad 16)$$

Lad os igen betragte parallelogrammet $OCED$ fra *fig. 1*.

Vinkel EDO er $\pi - \beta$. Hvis vi kalder vinkel $DOE = NON'$ for α , er vinkel $DEO = \beta - \alpha$.

Lad os opskrive

$$K = \frac{OD}{OC} = \frac{1592 \cdot 10^{27} \cdot 2\pi}{86.400 \cdot \mu v \cdot \cos b}.$$

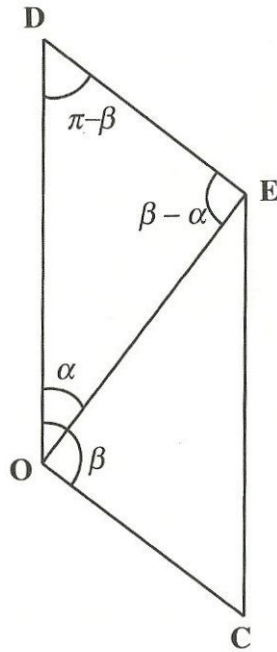


Fig. 3

Vi får

$$K = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (17)$$

hvoraf

$$\tan \alpha = \frac{\sin \beta}{K + \cos \beta} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 a \cos^2 l}}{K + \sin a \cos l} \quad (18)$$

Vinklen α hvormed polen er flyttet, er således givet ved formlen

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 a \cdot \cos^2 l}}{\frac{1592 \cdot 10^{27} \cdot 2\pi}{86.400 \mu \cdot v \cdot \cos b} + \sin a \cdot \cos l}$$

Man får nul, hvis man affyrer lodret ($b = \frac{\pi}{2}$), eller hvis man affyrer

ved ækvator i retning mod øst eller mod vest ($a = \pm \frac{\pi}{2}, l = 0$). ¹⁹⁾

Man får maksimum, hvis man affyrer horisontalt fra et vilkårligt punkt i retning mod nord eller mod syd ($b = 0, a = 0$), og i dette tilfælde er α givet ved formlen

$$\tan \alpha = \frac{86.400 \mu v}{1592 \cdot 10^{27} \cdot 2\pi}$$

Havoverfladen har form som en omdrejningsellipsoide omkring den nye polakse. Havets niveau forandres således i næsten alle punkter på kloden. 20)

Skæringspunkterne mellem det gamle havniveau og det nye havniveau består af to plane kurver, hvorfra fladerne passerer gennem en vinkelret til de to polaksers plan, respektive de to halveringslinjer AB, CD til vinklen mellem de to polakser 21).

Forstyrrelsen af havniveauet vil være omtrent maksimum på halveringslinjerne til vinklen mellem af AB og CD. Jordradien på halveringslinjen OH går fra værdien $\rho=OH$, givet ved formlen

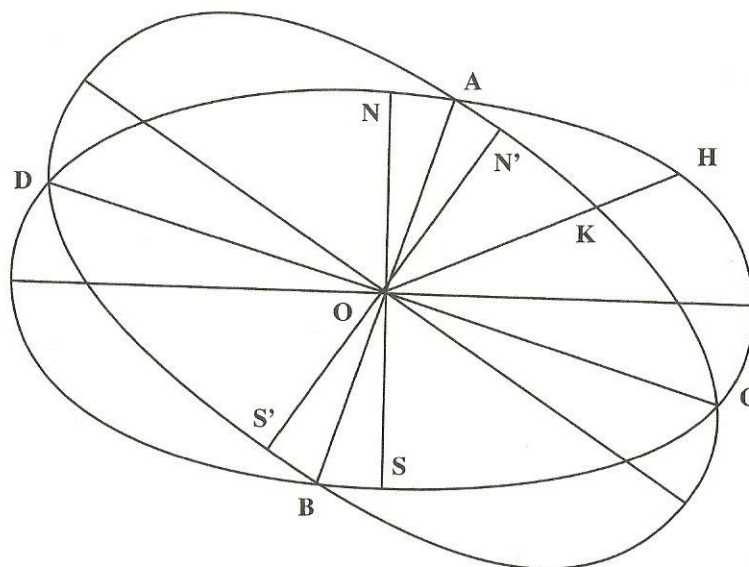


Fig. 4.

$$\frac{2}{\rho^2} = \frac{\left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{20.000.000}{\pi}\right)^2} + \frac{\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{20.000.000}{\pi} - 21000\right)^2}$$

til værdien $\rho_1=OK$, givet ved formlen

$$\frac{2}{\rho_1^2} = \frac{\left(\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{20.000.000}{\pi}\right)^2} + \frac{\left(\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}{\left(\frac{20.000.000}{\pi} - 21000\right)^2}$$

Man får

$$\frac{2}{\rho_1^2} - \frac{2}{\rho^2} = 2 \sin \alpha \left[\frac{1}{\left(\frac{\pi}{20.000.000} - 21000 \right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{20.000.000}{\pi} \right)^2} \right], \quad 22)$$

hvoraf man med tilnærmelse uddrager

$$KH = \rho - \rho_1 = 21.000 \cdot \sin \alpha. \quad 23)$$

Dette er således tilnærmelsesvis den maksimale forandring af havoverfladens niveau.

Jordens nye rotationshastighed OE er tydeligvis lig med $OD + OC \cdot \cos DEO$.

24)

Jordens rotationshastighed undergår således en variation, der er lig med

$$\frac{\mu \cdot v \cdot \cos b \sin a \cdot \cos l}{1592 \cdot 10^{27}}. \quad 25)$$

Døgnet's længde undergår som konsekvens heraf en ændring lig med

$$\frac{\mu \cdot v \cos b \cdot \sin a \cos l \cdot 86.400^2}{1592 \cdot 10^{27} \cdot 2\pi} \text{ sekunder.} \quad 26)$$

Denne variation er størst, når kanonen er anbragt på ækvator og rettet mod øst eller mod vest

$$(b = 0, a = \pm \frac{\pi}{2}, l = 0).$$

Den er nul, hvis man affyrer lodret

$$\left(b = \frac{\pi}{2} \right),$$

hvis man affyrer fra et vilkårligt punkt på Jorden mod nord eller mod syd ($a=0$, eller $a = \pi$), eller hvis man affyrer på polen $\left(l = \frac{\pi}{2} \right)$.

Den ændring, der er påført Jordens bevægelse, påvirker ligeledes bevægelserne af de himmellegemer, der er del af solsystemet og selv de, der er udenfor. 27)

III. Afsendelse af kanonkuglen i det betragtede tilfælde.

Hvis man i det foregående sætter

$$a = \pi, \quad b = 0, \quad \mu \cdot v = 50 \cdot 10^{12},$$

vil translationshastigheden tilført Jordan være lig med

$$\frac{50 \cdot 10^{12}}{625 \cdot 10^{27}} = \frac{80}{10^{12}},$$

det vil sige 0,00008 μ . 28)

Polvinklens ændring er givet ved formlen

$$\tan \alpha = \frac{86.400 \cdot 50 \cdot 10^{12}}{1592 \cdot 10^{27} \cdot 2\pi} = \frac{432}{10^{15}},$$

og ændringen i havets overfladehøjde er med tilnærmelse

$$h = \frac{21.000 \cdot 432}{10^{15}} = \frac{9}{10^9},$$

det vil sige 0,009 μ . 29)

I dette tilfælde bliver fig.1 til fig. 5.

Kanonskuddet affyret fra Kilimanjaro (punkt A, forudsættes at ligge på 0° bredde og 35° østlig længde) horisontalt i sydlig retning påvirker Jordan med:

1° en translatorisk bevægelse mod nord;

2° en rotationsbevægelse omkring en akse, der går fra Amazonflodens munding (punkt F) til øgruppen Molukkerne (punkt G). Denne rotation kombineres med Jordens rotation omkring aksens NS og giver en rotation omkring en ny polakse N'S'. Den nye Nordpol befinder sig i et punkt, der oprindeligt var forudsat at være ved 55° vestlig længde. 30)

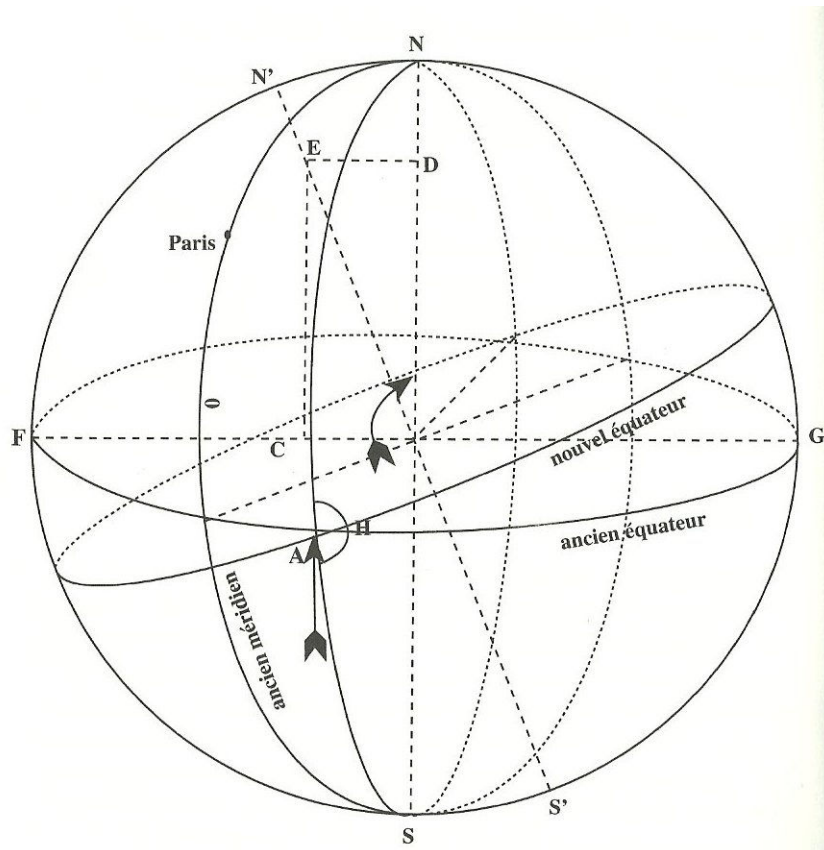


Fig. 5.

Men afstanden NN' er blot lig med

$$\frac{20.000.000 \cdot 432}{\pi \cdot 10^{15}} = \frac{3}{10^6},$$

det vil sige cirka $3\mu^1$. 31)

Sådan vil den bogstavelig talt lillebitte virkning være ved at affyre en kanon, der udsender et projektil 1.000.000 gange tungere end granaten fra den franske 27 cm marinekanon (model 1875) med en hastighed 3.000 til 4.000 gange større end de største hastigheder, man hidtil har kunnet opnå med de nye eksplosiver.

IV. Fejlen på de tre nuller.

Hvis man glemmer tre nuller i størrelsen af Jordens omkreds, finder man:

$$v = 0^m 08$$

$$\tan \alpha = 0,432$$

¹ Det internationale metermål, som man søger at gøre lig med den franske meter, afviger fra den franske meter med ca. 2μ

$$\alpha = 0,407 \text{ næsten lig med } 0,409. \quad 32)$$

Den nye Nordpol er nabo til den grønlandske vestkyst og til den forhenværende polarcirkel.

$h = 8.415$ meter. ³³⁾ De steder, der hæves med 8.415 meter, befinder sig nær ved Bermudaøerne og syd for Australien, de steder, der sænkes med 8.415 meter, befinder sig nær ved Irkutsk og nær ved øgruppen Malvinerne (Falklandsøerne).

Den tidligere radiuslængde ved havet ved polen, der var

$$\rho = \frac{20.000.000}{\pi} - 21.000,$$

antager nu værdien ρ_1 givet ved formlen:

$$\frac{1}{\rho_1^2} = \frac{\sin^2 \alpha}{\left(\frac{20.000.000}{\pi}\right)^2} + \frac{\cos^2 \alpha}{\left(\frac{20.000.000}{\pi} - 21.000\right)^2}$$

Forskellen $\rho_1 - \rho$, som er niveauændringen i havet ved den tidligere Nordpol, er tilnærmelsesvis

$$21.000 \sin^2 \alpha = 3.303 \text{ meter.}$$

Havets niveau stiger altså med mere end 3.000 meter, men hvis man antager, at der eksisterer et plateau på 4.000 meters højde, bliver dette punkt ikke oversvømmet.

Det var *à priori* evident, at de tidligere poler ville være sænket i forhold til havniveauet, eftersom disse punkter forud havde den mindste afstand til Jordens centrum, og at de nye poler ville være hævet i forhold til havets niveau, eftersom disse punkter ville have en minimal afstand til Jordens centrum.

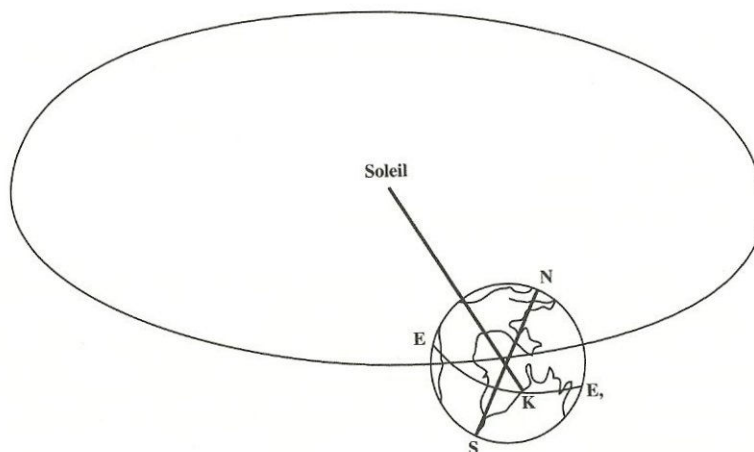


Fig. 6.

Det er samtidig evident, at alle punkter ved den forhenværende ækvator vil blive hævet op, eftersom havets niveau dér havde maksimal afstand fra Jordens centrum, og at alle punkter ved den nye ækvator vil blive sænket ned, eftersom havets niveau der, efter begivenheden, får maksimal afstand til Jordens centrum.

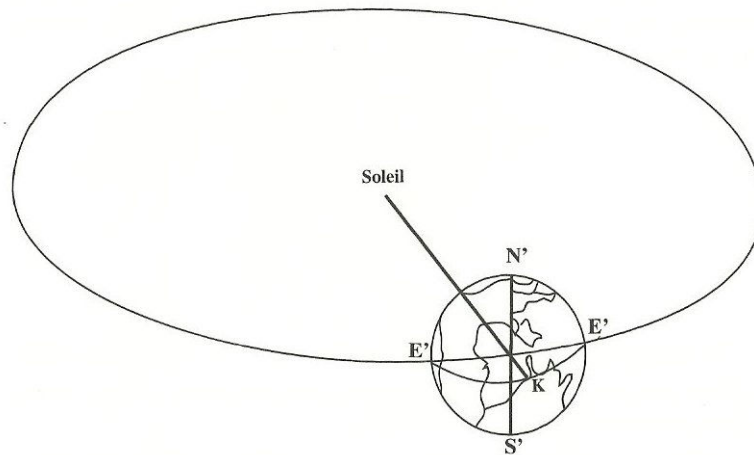


Fig. 7.

Ved at affyre kanonen fra Kilimanjaro i sydlig retning den 22. september tolv timer efter Solens passage i zenith over stedet håber Maston at kunne give Jorden en ny polakse, der går fra Baffinbugten til Adélie Land (på Antarktis) og tilnærmelsesvis vinkelret på ekliptika. På den måde ville Jorden befinde sig i en tilstand som Jupiters. De forhenværende poler ville ligge 23° fra de nye poler og ville konstant have et klima som i Trondhjem om foråret.

V. Kanonkuglens bane.

Efter at kanonkuglen har forladt kanonløbet, udgør den for Jorden en veritabel satellit. Det fælles tyngdepunkt for Jorden og satellitten fortsætter med at bevæge sig som hidtil; dets bevægelse forandres ikke af de kræfter, der udøves mellem Jorden og kanonkuglen.

Hvis der ingen atmosfære var, ville kanonkuglens center beskrive en keglesnitsbane med det fælles tyngdepunkt som brændpunkt. Hastigheden vil være givet ved de levende kræfters ligning

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = -\int_{r_0}^r \frac{m \cdot g \cdot r_0^2}{r^2} dr,$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gr_0^2 \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) \quad 34)$$

1° Denne keglesnitsbane vil være en parabel, hvis hastigheden $v_0 = 11180$, og kanonkuglen opnår hastigheden 0 efter uendelig lang tid og i uendelig afstand (kurve 4).

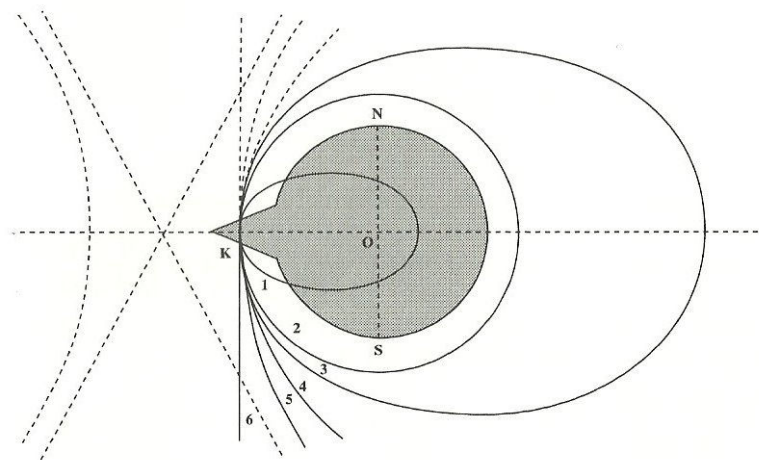


Fig. 8

2° Hvis $v_0 < 11180$ er keglesnitsbanen elliptisk. I særdeleshed, hvis hastigheden er netop $v_0 = 7905$, er banen cirkulær (kurve 2). Centrifugalkraften $\frac{mv_0^2}{r}$ holder så nøjagtigt ligevægt med kanonkuglens vægt mg . Hvis $v_0 < 7905$, vil kanonkuglen støde mod Jorden, således at virkningen af det oprindelige stød ophæves, i en afstand fra afsendelsesstedet (der antages at ligge i en vis højde), der vil være mellem 0 og 20.000.000 (kurve 1). Hvis $v_0 > 7905$, vil kanonkuglen frit beskrive en komplet ellipse og komme tilbage og støde mod Kilimanjaros nordskråning med en hastighed v_0 (kurve 3), således at virkningen af det oprindelige stød ophæves. ³⁵⁾

3° Hvis $v_0 > 11180$, er keglesnitsbanen en hyperbel (kurve 5). Kanonkuglen beskriver halvdelen af en hyperbelgren og vender aldrig tilbage til sit afsendelsessted.

Vi kan let antage, at med en initialhastighed på 2.800.000 vil luftmodstanden ikke reducere kanonkuglens hastighed så meget, at den vil beskrive en lukket kurve.

I det betragtede tilfælde beskriver kanonkuglen således, når vi medregner luftmodstanden, en uendelig kurve, som vender sin konkavitet mod Jordens centrum. Den holder sig hele tiden over afsendelsesstedets horisontale plan og vil endog hæve sig mere og mere. Efter et stykke tid vil Jordens tiltrækningskraft på kanonkuglen blive neglignabel sammenlignet med Solens tiltrækning, og den vil beskrive en keglesnitsbane omkring Solen som en ny planet. Til den tid taber vi kanonkuglen af syne. ³⁶⁾

4° Hvis v_0 var uendelig, ville kanonkuglen hele tiden forblive i afsendelsesstedets horisontale plan, mens den beskriver den rette linje 6.

VI. Kanonkuglens tilsyneladende afbøjning til siden.

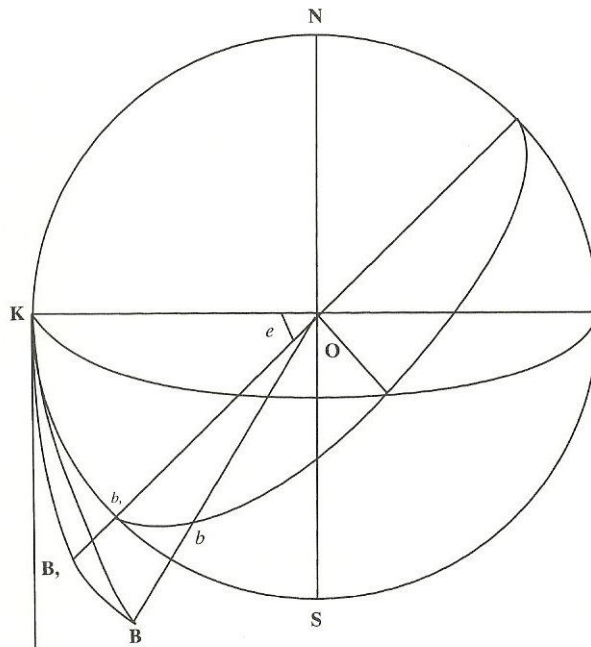


Fig. 9

Når kanonkuglen afskydes omtrent på ækvator, der har en horisontal hastighed mod øst på $\frac{40.000.000}{86400}$, bevares denne hastighed. Til tiden t befinder den sig i højden h over en sydlig bredde l og i afstanden $\frac{40.000.000 \cdot t}{86400}$ øst for Kilimanjaro-meridianens oprindelige position. 38)

Dens horisontale projektion b befinder sig

$$\frac{20.000.000}{\pi} \arctan \frac{\frac{40.000.000t}{86400}}{\frac{20.000.000}{\pi} + h} = \frac{20.000.000}{\pi} \arctan \frac{2\pi t}{86.400 \left(1 + \frac{\pi h}{20.000.000} \right)}$$

øst for startpositionen ved Kilimanjaros meridian. 39)

Hvis kanonkuglen hele tiden var forblevet på Kilimanjaros meridian, ville dens horisontale projektion have været

$$40.000.000 \frac{t}{86.400} \cos l = \frac{20.000.000}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{86400} \cos l$$

øst for startpositionen ved Kilimanjaros meridian.

Forskellen mellem den første og den anden,

$$\frac{20.000.000}{\pi} \left[\arctan \frac{2\pi \cdot t}{86.400 \cdot \left(1 + \frac{\pi \cdot h}{20.000.000} \right)} - \frac{2\pi \cdot t}{86.400} \cos l \right],$$

udgør kanonkuglens tilsyneladende afvigelse mod øst.

Den er skiftevis positiv og negativ.

Efter en ganske kort tid er h meget lille, og den tilsyneladende afvigelse mod øst er omtrent lig med

$$\frac{20.000.000}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{86.400} (1 - \cos l) = 26t \sin^2 \frac{l}{2}$$

Kanonkuglen begynder således med at bevæge sig fremad mod øst, således som man for øvrigt belæres om i alle lærebøger om ballistik. 40)

A. BADOUREAU.

Oversættelse: Lejf Rasmussen, marts 2011.



J.T. Maston ved beregningerne. (Roux).

Noter ved Bjørn Larsen, maj 2011:

Badoureaus udredninger er temmelig vanskelige at følge. Jeg har i noterne givet lidt forklaring en del steder, der skulle kunne følges af en dansk gymnasieelev. Desuden er der medtaget lidt rettelser og nogle få kommentarer til direkte misforståelser (eller grove forenklinger). Et par steder har jeg måttet give op. Det gælder især omkring udledningen af betydningen for havoverfladen. Hvis nogen skulle kunne gennemskue argumenterne, er de meget velkomne til at sende nogle linjer, ligesom andre rettelser eller kommentarer vil være en stor fornøjelse at modtage.

1) Størrelsen af Jorden bliver så hhv. 6.366,2 km og 6.345,2 km. De rigtige værdier er 6.378,4 km og 6.356,9 km med en forskel på 21,5 km.

2) Denne formel er meget underlig. Jordens densitet ved overfladen er ca. $3300 \frac{kg}{m^3}$, og den stiger ind mod kernen til ca. $13.000 \frac{kg}{m^3}$. Det giver en middeldensitet på $5.520 \frac{kg}{m^3}$. Derfor synes sætningen ”hvis den blev vejet ved Jordens overflade”, at være denne middelværdi bestemt på grundlag af tyngdeaccelerationen g .

En kugles rumfang er $\frac{4}{3} \pi r^3$, og dens masse er derfor $\frac{4 \cdot \rho \cdot (\frac{1}{2} \text{omkreds})^3}{3 \cdot \pi^2}$

og vi kan se, at formlen er rigtig, bortset fra, at der deles med g . Badoureau måler altså tyngdekraften i kg, medens masse angives med en enhed, der er ca. 10 kg. Generelt mangler der enheder alle steder. Jordens masse angives til $625 \cdot 10^{21} = 6,25 \cdot 10^{23}$. Ganger vi tallet med $g = 9,81$, får vi en værdi, der ligger ret tæt på den rigtige masse på $6,0 \cdot 10^{24} kg$.

3) Antagelse af konstant densitet er helt hen i vejret på dette sted. Da langt det meste af massen ligger inde omkring centrum, bliver inertimomentet langt mindre.

En homogen kugles inertimoment er $\frac{2 \cdot m \cdot r^2}{5}$. Den angivne værdi for m er naturligvis atter 10 gange for lille, men da der ikke angives enheder, er det samme problem som ovenfor. De senere argumenter går ud fra, at Jorden er en stiv kugle. Den tunge, flydende kerne vil ikke påvirkes af kanonskuddet, så man burde kun regne med den ydre, langt lettere kappe. Her er Badoureau naturligvis undskyldt.

4) Når der regnes med stjernesekunder, er det, fordi Jorden i forhold til stjernerne hvert år drejer én gang mere rundt om sin akse end i forhold til Solen. Et stjernesekund er derfor lidt kortere end et almindeligt borgerligt sekund.

Aksens hældning er givet i radianer, der omregnes til grader:

$0,409 \text{ rad} = 0,409 \cdot 180^\circ / \pi = 23,43^\circ = 23^\circ 24'$ (så den angivne værdi er ikke helt korrekt omregnet til bueminutter, den angivne værdi svarer til 0,404 radian)

5) Samme problem som ovenfor. Det er tyngdekraften, Badoureau angiver i kg, hvorfor der er en tyngdekraft på hver kugle på 180 "kg" (vi ville nu sige newton). Han dividerer derfor med g , der her sættes til præcis 10, for at få massen i "rigtige kg". Der menes naturligvis $18 \cdot 10^6$ "kg"., hvor 1 "kg" = 10 kg.

En massiv jernkugle med en diameter på 27 cm vejer 81 kg. Selv en blykugle ville ikke komme op på 180 kg.

6) Tallet er 3,47, der jo bør forhøjes til 3,5.

7) Igen mangler enheder. Der menes meter/sek, altså langt over en almindelig kanonkugle (ca 1.000 m/sek), så tallet er meget urealistisk, ca. 250 gange undslippeshastigheden fra Jorden..

8) Begrebet "bevægelsesmængde" kaldes også impulsen p ,

så vi får $p = m \cdot v = 18 \cdot 10^6$ "kg" \cdot 2800.000 $\frac{m}{sek} = 50,4 \cdot 10^{12}$ $\frac{\text{"kg"} \cdot m}{sek}$. På

grund af impulsbevarelse får kuglen og kanonen tildelt samme impuls, og kanonens impuls overføres så til jordkloden, der muligvis derved kan ændre sit omløb og sin skæve rotationsakse.

9) Den nævnte formel, der normalt villes skrives

$F_{luft} = c_w \cdot \rho_{luft} \cdot v^2 \cdot A$ kan ikke anvendes ved disse høje hastigheder, hvor luftmodstanden er væsentlig højere. Men det er da altid noget, at der regnes med luftmodstand til forskel fra *Rejsen til Månen*, hvor den ikke har betydning, "fordi projektilet flyver så hurtigt".

ρ_{luft} er luftens densitet, der normalt bedre ville være omkring $1,29 \frac{kg}{m^3}$. At den her er omkring 10 gange mindre, viser igen, at der regnes i "kg".

10) Som det fremgår af figur 1, er azimut vinklen mellem kanonens retning og retningen til Nordpolen, og inklinationen er vinklen mellem kanonens retning og vandret. De to nævnte hastigheder vil være hastighederne, hvis Jorden lå stille uden rotation. Som det senere fremgår, menes ændringer i hastighederne.

11) Det er antaget, at (ændringen i) kuglens impuls og (ændringen i) Jordens translatoriske impuls bliver den samme: $m_{jord} \cdot v_{jord} = m_{kugle} \cdot v_{kugle}$ og derfor den nævnte formel.

12) Her benyttes *Eulers sætning* om sammenhængen mellem kraftmoment og

ændringen i impulsmoment: $\frac{dL}{dt} = H$, hvor $L = I \cdot \omega$. Dette kan omskrives til

$d\omega = \frac{p \cdot r \cdot \cos b}{I}$, her er r Jordens radius, og I (inertimomentet) har vi tidligere fundet til $10142 \cdot 10^{33}$. Som r benyttes Jordens halve omkreds divideret med π , og så får man den nævnte størrelse.

13) Som nævnt er dette ikke helt rigtigt, hvis der tænkes på almindelige sekunder. Jorden skal dreje en ekstra gang rundt om sig selv i løbet af et år. Et stjernedøgn er derfor kortere end et soldøgn, hvorfor et stjernesekund også er lidt kortere end et "solsekund". 86.400 er antallet af sekunder på et døgn = $24 \cdot 60 \cdot 60$

14) Normalt vil en ret linje i x-z planen have ligningen $y = 0$, og

$$z = \text{hældning} \cdot x = \tan u \cdot x$$

Her er $\tan u = \frac{\sin l}{-\cos l}$, og ligningen bliver derfor

$$z = -\frac{\sin l}{\cos l} \cdot x \text{ eller } z \cos l + x \sin l = 0.$$

15) For at finde en ligning for planen ABO skal vi bruge en normalvektor, der findes som krydsprodukt af to vektorer i planen. Den ene er en vektor parallel med OA: $(-\cos l, 0, \sin l)$. Som den anden benyttes $(\cos a, \sin a, 0)$. Vi har

$$(-\cos l, 0, \sin l) \times (\cos a, \sin a, 0) = (-\sin l \sin a, \sin l \cos a, -\cos l \sin a),$$

Og planens ligning bliver derfor

$$\sin a (X \sin l + Z \cos l) - \sin l \cos a Y = 0$$

(mener jeg, så der synes at være forsvundet lidt fra koefficienten til Y.)

16) For at finde vinklen benyttes, at det skalære produkt af de to enhedsvektorer er \cos til den søgte vinkel:

$$(0,0,1) \cdot (-\sin l \sin a, \sin l \cos a, -\cos l \sin a) = \cos \beta$$

Eller, da fortegnet ikke har betydning: $\cos \beta = \sin a \cos l$

17) Her er benyttet den almindelige sinus-relation, samt at $DE = OC$:

$$\frac{\sin(\beta - \alpha)}{OD} = \frac{\sin \alpha}{OC}$$

18) Her benyttes, at $\sin(\beta - \alpha) = \sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha}{K \cos \alpha} = \frac{\sin \beta}{K} - \frac{\cos \beta \cdot \tan \alpha}{K} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha \cdot (K + \cos \beta) = \sin \beta \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \beta}{K + \cos \beta}$$

Her indsættes så (idiotformlen), at $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta}$ og $\cos \beta$ fra ovenfor.

19) Hvis $b = \frac{\pi}{2}$ vil kraften ændre jordbanen, men ikke aksens hældning. Hvis

$a = \pm \frac{\pi}{2}$ og $l = 0$ vil aksens retning ikke ændres, men kun Jordens omløbstid om sig selv.

20) I det følgende ser man helt bort fra Månens og Solens tiltrækning (tidevandsbølgen), samt at Jorden selv er elastisk. Badoureau mener vel i overensstemmelse med datidens viden, at Jorden er en massiv og uelastisk ellipsoide.

21) Desværre kan jeg ikke følge den følgende redegørelse. Med de "to plane kurver" menes vel, at de to kurver ligger i samme plan.

22) Her er gjort brug af idiotformel og $\sin 2v = 2 \sin v \cos v$. Der er en fejl i første led, hvor π stadig skal stå under brøkstregen.

23) Her er brugt samme Taylerudvikling på begge sider af lighedstegnet:

$$\frac{1}{x^2} \approx 3 - 2x.$$

24) Der er to bidrag til den nye rotations hastighed. Projicerer vi de to bidrag på OE, får vi $OD \cos DOE + OC \cos DEO$. Da DOE er en meget lille vinkel sætter $\cos DOE = 1$.

25) Igen gøres en tilnærmelse uden, at den nævnes. Tilvæksten i rotations hastighed bliver $OC \cos DEO = OC \cdot \cos(\beta - \alpha)$. Da α er meget lille, sættes dette til $OC \cdot \cos \beta = OC \cdot \sin a \cdot \cos l$

26) Her ganges op til et helt døgn, og vinklen, der kommer ud i radianer pr. døgn, omregnes til klokkesletts sekunder ved endnu en gang at gange med $24 \cdot 60 \cdot 60 / 2\pi$

27) Denne bemærkning er ren filosofi. De minimale resultater vil naturligvis ikke have den mindste indflydelse på resten af solsystemet.

- 28) μ , der læses ”mikro”, er en forkortelse for 10^{-6} . Enheden er m/sek og skal sammenholdes med Jordens hastighed i dens bane på ca. 29.000 m/sek.
- 29) Her indsættes $\tan \alpha$ i stedet for formlens $\sin \alpha$. Da vinklen imidlertid er uendelig lille, er der ingen forskel på sinus og tangens.
- 30) Bemærk meget morsomt, at nul-meridianen på figur 5 går gennem Paris og ikke, som vi nu har vænnet os til, gennem Greenwich.
- 31) Her er $\tan \alpha$ ganget med Jordens radius, så resultatet er i meter. Polen flytter sig altså en tusindedel millimeter!
- 32) Den nye omkreds gør rumfanget og dermed Jordens masse 10^9 gange mindre. Det v , der nævnes, er ændringen i Jordens translatoriske hastighed, der så bliver en milliard gange større, altså 0,08 m/sek. Inertimomentet bliver 10^{15} gange mindre, mens radius bliver 1.000 gange mindre.
- $\tan \alpha \cdot \frac{10^{15}}{10^3} = 0,432$. Dette svarer til en vinkel på $23,4^\circ$ altså nær ved afstanden fra polen til polarcirklen.
- 33). Her benyttes, at $h = 21000 m \cdot \sin \alpha$. Han snyder dog lidt, idet han ”glemmer”, at han mindst et par steder har benyttet, at alfa er en meget lille vinkel, ligesom rækkeudviklingerne ved vandhøjden jo også forudsætter, at der er tale om mindre ændringer ... men han kommer vel nogenlunde fra at sandsynliggøre bogens idé.
- 34) ”de levende kræfter” eller ”de virtuelle kræfter” er et forældet begreb, for kræfter, der udøves under en bevægelse. Ligningen udtrykker på moderne sprog, at tabet i kinetisk energi er identisk med det arbejde, Jordens tyngdekraft udfører på kanonkuglen. g er tyngdeaccelerationen på Jordens overflade.
- 35) Her glemmer Badoureaux helt, at Jorden i mellemtiden roterer, samt at kuglen naturligvis også har en begyndelseshastighed på tværs på grund af Jordens rotation.
- 36) Relativitetsteorien dukker jo først op i 1905, samtidig med at Verne dør. Bemærk, at Badoureaux helt opgiver at beregne effekten af luftmodstanden.

37) Undslippeshastigheden udregnes ved hjælp af formlen $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$,

hvor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2$ er gravitationskonstanten, og M og r er klodens masse og radius. For Jorden får man 11.181 m/sek. I Jordens afstand fra Solen bliver undslippeshastigheden ca. 42 km/sek. Kanonkuglens fart kan altså også klare

Solen (når vi ser bort fra luftmodstand). Kuglen bliver altså ikke til en ny planet i solsystemet.

38) Dette er ikke rigtigt. Naturligvis vil Jordens tyngdekraft bremse kuglen en smule og krumme dens bane. Bemærk også, at hastigheden for Jordens rotation er mindre. På et år drejer Jorden 366,25 gange rundt om sig selv. Dette kalder vi 365,25 døgn. Hastigheden skal derfor ganges med 366,25/365,25.

39) Hvis meningen er, at kuglen bevæger sig i tangentplanen til Jorden, skal formelen ændres til arcus-sinus i stedet for arcus-tangens.

40) Badoureau forklarer her det fænomen, der normalt kaldes corioliskraften. Kuglen flyver sydpå til områder, der har en mindre hastighed mod øst end ækvator (der ganges med $\cos l$, hvor l lidt forvirrende er breddegraden). Set fra jordoverfladen vil kuglen derfor afbøjes mod øst i forhold til sin startretning stik syd præcis som de herskende havstrømme og vinde på Jorden.

Der benyttes til sidst en overgangsformel $1 - \cos(2x) = 2 \cdot \sin^2 x$.

Da man alligevel vælger at se bort fra h , kunne man langt simplere blot se på forskellen i hastigheden af et punkt på ækvator og et punkt på breddegraden l .

Denne forskel bliver $\frac{40.000.000}{86400} \cdot (1 - \cos l) \cdot t = 463 \cdot t \cdot 2 \cdot \sin^2 \frac{l}{2}$. Dette er præcis den formel, Badoureau når frem til. Hvorledes han så kan få det til 26, er ganske uklart.

Imidlertid flyver kuglen så hurtigt, at den allerede efter få sekunder er langt ude i rummet. Man kan kun konkludere, at beregningen af kuglens bane til sidst bliver meget primitiv uden hensyntagen til, at den taber fart på grund af tyngdekraften og luftmodstanden. Badoureau skriver nogle formler, men er ikke for alvor interesseret i baneberegningen. Derfor hans slutpointe med, at der står noget tilsvarende i almindelige bøger om ballistik.

Generelt kan man sige, at Badoureau mange steder gør sine udregninger unødigt uoverskuelige. Han undlader f.eks. helt at indføre Jordens radius, men bliver ved med de $20.000.000/\pi$. Endvidere springer han mange mellemregninger over og foretager en del forenklinger, som han med fordel kunne have gjort tidligere. Desuden er det tydeligt, at han ikke behersker sfærisk trigonometri. At han ikke havde nogen idé om Jordens elastiske kappe og den flydende kerne, kan han selvfølgelig ikke gøre for, selvom det er meget naivt at antage, at Jorden skulle have en konstant densitet hele vejen ind til kernen. Bogens pointe er dog gennemført: en "forglemmelse" på 3 nuller og en lidt overdrevet kanon kunne sikkert flytte rundt på Nordpolen.